



ID 17

VREDNOTENJE UPORABE PRIREJENE ENAČBE $V = l * (p_1 + p_2) / 2$ PRI IZRAČUNU PROSTORNINE

Mitja ŠULIGOJ

SALONIT ANHOVO d.d., Vojkova 1, DESKLE
mitja.suligoj@kamnolomi.si

UVOD

Ko poskušam izračunati prostornine nekih snovi, ki se nahajajo v recimo:

- raščenem stanju kot surovine v rudniških prostorih, izkopni material pri gradbenih izkopih ali
- nasutem stanju na deponijah, nasipih

Si pomagam s splošno znanimi enačbami za izračun prostornine:

- stožca oz. piramide; $V = p_l * l / 3$ (1)
- valja oz. prizme; $V = p_l * l$ (2)
- prisekanega stožca oz. piramide; $V = l * (p_1 + p_2 + \sqrt{(p_1 * p_2)}) / 3$ (3)

Kjer pomeni:

- V: prostornina
- p_l, p_1, p_2 : ploščina osnovne ploskve oz. vzporednih mejnih ploskev
- l: višina telesa oz. oddaljenost med vzporednimi mejnimi ploskvami

Zadnja enačba (3) za izračun mislim, da prostornine prisekanega stožca oz. piramide, je najbrž ta prava in točno izračuna tudi zgornji dve alineji, ki sta le njena dva posebna primera. Domnevam, da je enačba (3) najbrž ta prava tudi zato, ker se dosledno uporablja pri izračunu zalog v »geoloških elaboratih«.

Vendar pa imamo radi približne rezultate tudi na terenu, še predno pridemo v pisarno. V tem primeru nas večina nima kalkulatorja s funkcijo kvadratnega korena niti potrpljenja, da bi predolgo uporabljali papir in svinčnik stoje in pod milim nebom.

Takrat nam pride prav enačba za izračun ploščine trapeza; $P_l = l * (a_1 + a_2) / 2$, ki jo priredimo v; $V = l * (p_1 + p_2) / 2$ (4)

Koliko pa je ta prirejena enačba (4) točna? Obe enačbi (3) in (4) imata oddaljenost med vzporednima ploskvama v linearni obliki, kar pomeni, da nastane razlika v rezultatu pri vrednotenju ploščin mejnih ploskev.

Za boljšo predstavo sem si naključno izbral telo z višino 100 enot in z dvema vzporednima ploskvama, katerih ploščina se spreminja od 0 do 100 oz. od 100 do 0 enot. Prostornino sem računal s pomočjo enačb (3) in (4).

V tabeli 1. so prikazane vhodne vrednosti (l , pl_1 , pl_2) in izračunane vrednosti V_1 – enačba (3), V_2 – enačba (4), napaka kot % odstopanja V_2 od V_1 in razmerje med pl_1 in pl_2 . V diagramu 1 sta prikazani izračunani prostornini v odvisnosti od vrednosti ploščine ploskve pl_1 , pri čemer je potrebno imeti v mislih, da se ploščina ploskve pl_2 spreminja padajoče tako, da je njuna vsota vedno enaka 100. V diagramu 2 je prikazana napaka rezultata prirejene enačbe (4), glede na rezultat enačbe (3) v odstotkih, v odvisnosti od razmerja med ploščinama obeh mejnih površin.

Tabela 1.

l	pl_1	pl_2	V_1	V_2	napaka	razmerje
100	0	100	3.333	5.000	50 %	∞
100	7	93	4.184	5.000	20 %	13,29
100	16	84	4.555	5.000	10 %	5,25
100	25	75	4.777	5.000	5 %	3,00
100	33	67	4.901	5.000	2 %	2,03
100	50	50	5.000	5.000	0 %	1,00
100	67	33	4.901	5.000	2 %	0,49
100	75	25	4.777	5.000	5 %	0,33
100	84	16	4.555	5.000	10 %	0,19
100	93	7	4.184	5.000	20 %	0,08
100	100	0	3.333	5.000	50 %	0,00

Diagram 1.

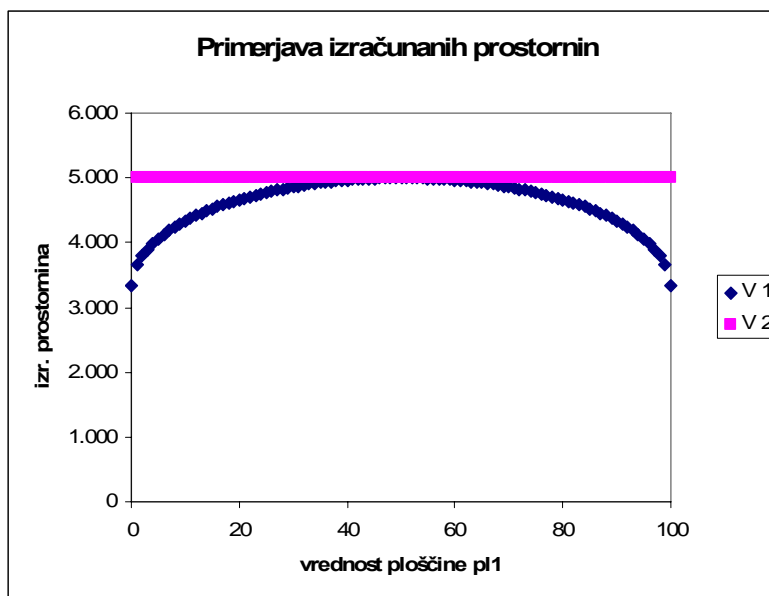
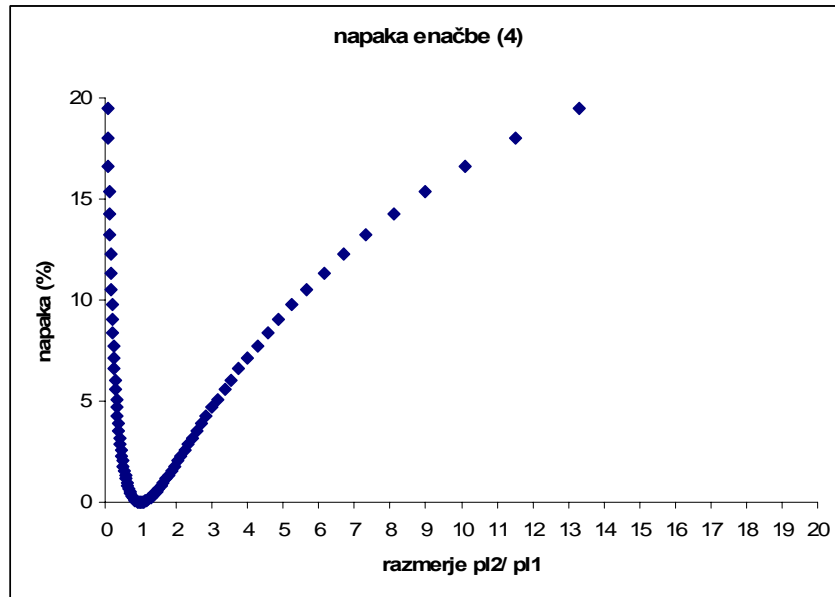


Diagram 2.

ZAKLJUČEK

Glede na ostale spremljajoče dejavnike, ki vplivajo na dejansko prostornino oziroma količino snovi (natančnost meritev, vzporednost mejnih ploskev, odstopanje od idealnosti oblike teles), je po mojem mnenju rezultat s:

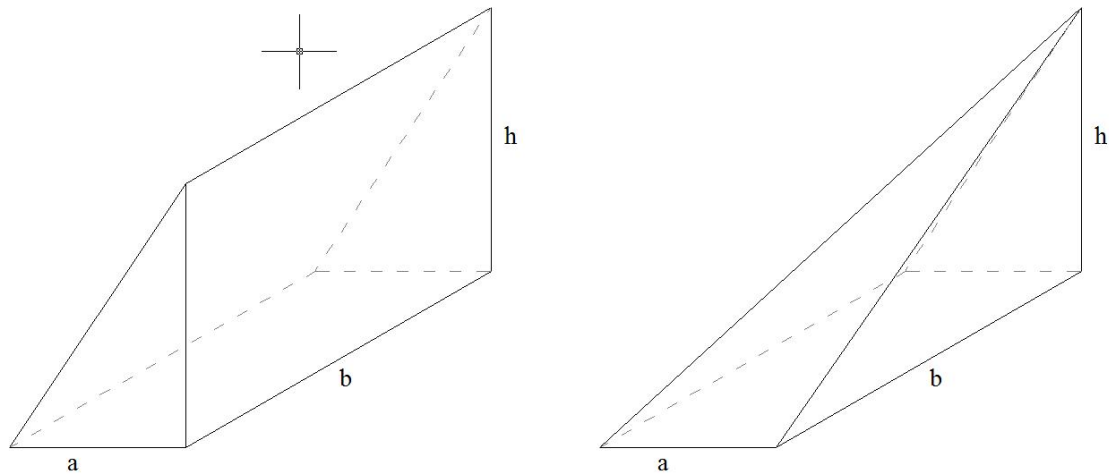
- 5% napako pri razmerju ploščin 1:3 odličen,
- 10% napako pri razmerju ploščin mejnih ploskev 1:5 še zadovoljiv

Pri razmerju ploščin mejnih ploskev nad 5 oz. pod 0,2 pa se rezultata enačb (3) in (4) razlikujeta za preko 10%.

DVOM

Predvsem je potrebno paziti na dejansko obliko telesa, saj enačba (3) v primeru, ko ima ena izmed obeh mejnih ploskev ploščino enako 0, izračuna prostornino stožca oz. piramide. V primeru, kot je narisano v skici 1 imamo dve telesi z enakima površinama mejnih ploskev ($pl_1 = a * b$, $pl_2 = 0$) in enako višino oz. oddaljenostjo med mejnima ploskvama - h . V levem primeru se prirejena enačba (4) izkaže za boljšo od enačbe (3), saj je $V = a * b * h / 2 = 1 * (pl_1 + pl_2) / 2$.

Najboljši način za izračun prostornin je zagotovo uporaba tridimenzionalnih modelov geodetsko izmerjenih površin. Vendar pa omejenost razpoložljivega časa in sredstev, ni v prid tej najboljši metodi.

Skica 1.

Pomembno je tudi vprašanje, kakšen je naš namen. Če pri izračunu prostornin določamo razpoložljive vire, potem bomo z uporabo enačbe (3), ki daje praviloma nižje rezultate, ostali na varni strani. Če pa računamo količino snovi, s katero imamo samo delo in stroške, potem bomo na varni strani z uporabo enačbe (4), ki daje praviloma višje rezultate. S tega vidika je dosledna uporaba enačbe (3) pri izračunu zalog v »geoloških elaboratih« verjetno smiselna.